

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО Казанский ГАУ)

ПРОГРАММА

по общеобразовательному вступительному испытанию «**Математика**»,
проводимого ФГБОУ ВО Казанский ГАУ самостоятельно,
при приеме на обучение по программам бакалавриата
и программам специалитета

Казань 2020

I. Тематическое содержание дисциплины «Математика»

1. Алгебра

1.1. Числа, корни и степени (целые числа; степень с натуральным показателем; дроби, проценты, рациональные числа; степень с целым показателем; корень степени $n > 1$ и его свойства; степень с рациональным показателем и её свойства; свойства степени с действительным показателем)

1.2. Основы тригонометрии (синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла; радианная мера угла; синус, косинус, тангенс и котангенс числа; основные тригонометрические тождества; формулы приведения; синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов; синус и косинус двойного угла)

1.3. Логарифмы (логарифм числа; логарифм произведения, частного, степени; десятичный и натуральный логарифмы, число e)

1.4. Преобразования выражений (преобразования выражений, включающих арифметические операции; преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень; преобразования выражений, включающих корни натуральной степени; преобразования тригонометрических выражений; преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования; модуль (абсолютная величина) числа)

2. Уравнения и неравенства

2.1. Уравнения (квадратные, рациональные, иррациональные, тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения; равносильность уравнений, систем уравнений; простейшие системы уравнений с двумя неизвестными; основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных; использование свойств и графиков функций при решении уравнений; изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем; применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики: интерпретация результата, учёт реальных ограничений)

2.2. Неравенства (квадратные, рациональные, показательные и логарифмические неравенства; системы линейных неравенств; системы неравенств с одной переменной; равносильность неравенств, систем неравенств; использование свойств и графиков функций при решении неравенств; метод интервалов; изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем)

3. Функции

3.1. Определение и график функции (функция, область определения функции; множество значений функции; график функции, примеры функциональных зависимостей

в реальных процессах и явлениях; обратная функция и график обратной функции; преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат)

3.2. Элементарное исследование функций (монотонность функции, промежутки возрастания и убывания; чётность и нечётность функции; периодичность функции; ограниченность функции; точки экстремума (локального максимума и минимума) функции; наибольшее и наименьшее значения функции)

3.3. Основные элементарные функции (линейная функция, её график; функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график; квадратичная функция, её график; степенная функция с натуральным показателем, её график; тригонометрические функции, их графики; показательная функция, её график; логарифмическая функция, её график)

4. Начала математического анализа

4.1. Производная (понятие о производной функции, геометрический смысл производной; физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком; уравнение касательной к графику функции; производные суммы, разности, произведения, частного; производные основных элементарных функций; вторая производная и её физический смысл)

4.2. Исследование функций (применение производной к исследованию функций и построению графиков; примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально - экономических, задачах)

4.3. Первообразная и интеграл (первообразные элементарных функций; примеры применения интеграла в физике и геометрии)

5. Геометрия

5.1. Планиметрия (треугольник, параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция, окружность и круг; окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника; многоугольник и сумма углов выпуклого многоугольника; правильные многоугольники; вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника)

5.2. Прямые и плоскости в пространстве (пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых; параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства; параллельность плоскостей, признаки и свойства; перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах; перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства; параллельное проектирование и изображение пространственных фигур)

5.3. Многогранники (призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма; параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде; пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида; сечения куба, призмы, пирамиды; представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

5.4. Тела и поверхности вращения (цилиндр, основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка; конус, основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка; шар и сфера, их сечения)

5.5. Измерение геометрических величин (величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности; угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; длина отрезка, ломаной, окружности; периметр многоугольника; расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми; расстояние между параллельными плоскостями; площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора; площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы; объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара)

5.6. Координаты и векторы (координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве; формула расстояния между двумя точками, уравнение сферы; вектор, модуль вектора, равенство векторов, сложение векторов и умножение вектора на число; коллинеарные векторы и разложение вектора по двум неколлинеарным векторам; компланарные векторы и разложение по трём некомпланарным векторам; координаты вектора, скалярное произведение векторов, угол между векторами)

6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

6.1. Элементы комбинаторики (поочерёдный и одновременный выбор; формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона)

6.2. Элементы статистики (табличное и графическое представление данных; числовые характеристики рядов данных)

6.3. Элементы теории вероятностей (вероятности событий; примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач)

II. Требования к уровню подготовки выпускников, освоение которых проверяется на экзамене по математике

1. Уметь выполнять преобразования и вычисления

1.1. Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма

1.2. Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования

1.3. Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции

2. Уметь решать уравнения и неравенства

2.1. Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы

2.2. Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод

2.3. Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы

3. Уметь выполнять действия с функциями

3.1. Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций

3.2. Вычислять производные и первообразные элементарных функций

3.3. Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции

4. Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

4.1. Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)

4.2. Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы

4.3. Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами

5. Уметь строить и исследовать простейшие математические модели

5.1. Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры

5.2. Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин

5.3. Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения

5.4. Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий

6. Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

6.1. Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах

6.2. Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках

6.3. Решать прикладные задачи, в том числе социальноэкономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения

III. Структура КИМ по математике

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий:

– часть 1 содержит 8 заданий (задания 1–8) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;

– часть 2 содержит 4 задания (задания 9–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 7 заданий (задания 13–19) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задания части 1 направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

Посредством заданий части 2 осуществляется проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне.

По уровню сложности задания распределяются следующим образом: задания 1–8 имеют базовый уровень; задания 9–17 – повышенный уровень; задания 18 и 19 относятся к высокому уровню сложности.

Задания части 1 предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных организаций, реализующих программы среднего (полного) общего образования на базовом уровне.

Задание с кратким ответом (1–12) считается выполненным, если в бланке ответов № 1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Задания 13–19 с развернутым ответом, в числе которых 5 заданий повышенного и 2 задания высокого уровней сложности, предназначены для более точной дифференциации абитуриентов вузов. При выполнении заданий с развернутым ответом части 2 экзаменационной работы в бланке ответов № 2 должны быть записаны полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи.

IV. Список рекомендованной литературы для подготовки к вступительному испытанию по математике

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень) Мордкович А.Г. (2013, 400с.)

2. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.2. Задачник (базовый уровень) Мордкович А.Г. (2013, 271с.)

3. Геометрия. 10 – 11 классы. Учебник. Атанасян Л.С. и др. (2013, 255с)

4. Геометрия. Учебник для 10 – 11 классов. Погорелов А.В. (2014, 175 с.)

5. ЕГЭ 2021. Математика. Профильный уровень. 10 вариантов. Типовые тестовые задания от разработчиков ЕГЭ / И. В. Яценко, М. А. Волчкевич, И. Р. Высоцкий, Р. К. Гордин. П. В. Семёнов, О. Н. Косухин, С. А. Шестаков и др., под ред. И. В. Яценко - Москва: издательство «Экзамен»; 2021 г. - 64 с. (Серия «ЕГЭ. ОФЦ. Тесты от разработчиков»).

6. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И. В. Яценко - Москва: издательство «Национальное образование»; 2021 г. - 256 с. (Серия «ЕГЭ. ФИПИ – школе»).

7. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Готовимся к итоговой аттестации / А. В. Семенов, А. С. Трепалин, И. В. Яценко, И. Р. Высоцкий, П. И. Захаров - Москва: МЦНМО, издательство «Интеллект-Центр»; 2021 г. - 224 с.

V. Перечень Интернет-ресурсов для подготовки к вступительному испытанию по математике

<http://www.fipi.ru/>

<http://ege.edu.ru>

<http://alexlarin.net/>

<http://www.alleng.ru/>

<http://interneturok.ru/>

<http://ege-ok.ru/>

<http://webmath.exponenta.ru/ege.html>

VI. Пример варианта КИМ

Инструкция по выполнению КИМ

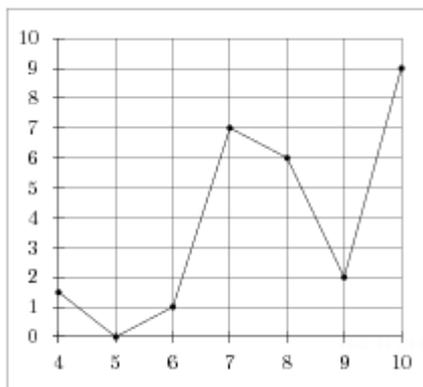
Внимательно прочитайте каждое задание и отвечайте только после того, как вы поняли вопрос. Выполняйте задания в том порядке, в котором они даны. Если какое-то задание вызывает у вас затруднение, пропустите его и постарайтесь выполнить те, в ответах на которые вы уверены. К пропущенным заданиям вы сможете вернуться, если у вас останется время. За выполнение различных по сложности заданий даётся от одного до четырех баллов. Баллы, полученные за выполненные задания, суммируются. Ответом к заданиям Части 1 является целое число или конечная десятичная дробь.

Задания Части 2 (13-19) требуют полного ответа (дать объяснение, описание или обоснование; высказать и аргументировать собственное мнение). При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные за выполнение заданий, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

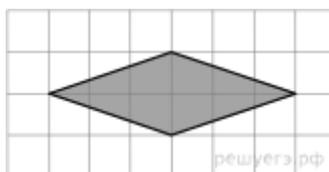
Часть 1

1. В университетскую библиотеку привезли новые учебники для двух курсов, по 130 штук для каждого курса. В книжном шкафу 8 полок, на каждой полке помещается 20 учебников. Какое наименьшее количество шкафов потребуется, чтобы в них разместить все новые учебники?

2. На рисунке изображен график осадков в Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 2 до 8 мм осадков.



3. Найдите площадь ромба, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

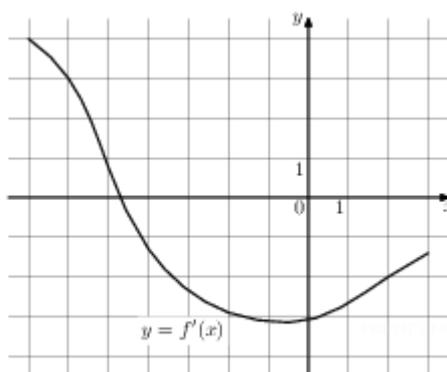


4. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 40 докладов — в первый день 16 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{13-5x} = 128$.

6. Периметр прямоугольника равен 124, а площадь 432. Найдите большую сторону прямоугольника.

7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y=3x+1$ или совпадает с ней.



8. Объем куба равен 343. Найдите площадь его поверхности.

Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\log_6 99 - \log_6 2,75.$$

10. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 20%, если температура холодильника $T_2 = 336\text{K}$? Ответ выразите в градусах Кельвина.

11. Моторная лодка прошла против течения реки 60 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 8 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите точку минимума функции $y = 5^{x^2 + 20x + 104}$.

13. а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 0,75$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AA_1 = 4$, $BC = 6$, $C_1 D_1 = 8$, найдите тангенс угла между плоскостью ADD_1 и прямой EF , проходящей через середины ребер AB и $B_1 C_1$.

15. Решите неравенство: $9^{x + \frac{1}{2}} - 28 \cdot 3^x + 9 \leq 0$.

16. В треугольнике ABC на стороне AC взята точка D так, что длина отрезка AD равна 3, косинус угла BDC равен $\frac{13}{20}$, а сумма углов ABC и ADB равна π . Найдите периметр треугольника ABC , если длина стороны BC равна 2.

17. Клиент А. сделал вклад в банке в размере 1200 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Ещё ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 63 рубля больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $|x - 1| + x^2 + (a - 3)x + 6 = a$ имеет решение.

19. Найдите четырёхзначное число, кратное 22, произведение цифр которого равно 40. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

VII. Критерии оценивания вступительного испытания по математике

Правильное задание каждого из заданий 1 – 12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Решения заданий с развернутым ответом оцениваются от 0 до 4 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий 13 – 15 оценивается 2 баллами; каждого из заданий 16 и 17 – 3 баллами; каждого из заданий 18 и 19 – 4 баллами.

Проверка выполнения заданий 13 – 19 проводится членами предметной комиссии на основе разработанной системы критериев оценивания.

Максимальный первичный балл за всю работу – 32.

На основе результатов выполнения всех заданий работы определяются первичные баллы, которые затем переводятся в тестовые по 100 – балльной школе:

Первичный балл	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Тестовый балл	5	9	14	18	23	27	33	39	45	50	56	62	68	70	72	74

Первичный балл	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
Тестовый балл	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	99	100	100	100

Минимальный проходной балл – 27

Максимальный проходной балл - 100