

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО Казанский ГАУ)

ПРОГРАММА

для поступающих на обучение по программам бакалавриата и программам
специалитета на базе среднего профессионального образования

Элементарная математика и основы анализа

Казань, 2024

I Тематическое содержание дисциплины

1 Алгебра

1.1 Числа, корни и степени (целые числа; степень с натуральным показателем; дроби, проценты, рациональные числа; степень с целым показателем; корень степени $n > 1$ и его свойства; степень с рациональным показателем и её свойства; свойства степени с действительным показателем)

1.2 Основы тригонометрии (синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла; радианная мера угла; синус, косинус, тангенс и котангенс числа; основные тригонометрические тождества; формулы приведения; синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов; синус и косинус двойного угла)

1.3 Логарифмы (логарифм числа; логарифм произведения, частного, степени; десятичный и натуральный логарифмы, число e)

1.4 Преобразования выражений (преобразования выражений, включающих арифметические операции; преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень; преобразования выражений, включающих корни натуральной степени; преобразования тригонометрических выражений; преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования; модуль (абсолютная величина) числа)

2 Уравнения и неравенства

2.1 Уравнения (квадратные, рациональные, иррациональные, тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения; равносильность уравнений, систем уравнений; простейшие системы уравнений с двумя неизвестными; основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных; использование свойств и графиков функций при решении уравнений; изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем; применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики: интерпретация результата, учёт реальных ограничений)

2.2 Неравенства (квадратные, рациональные, показательные и логарифмические неравенства; системы линейных неравенств; системы неравенств с одной переменной; равносильность неравенств, систем неравенств; использование свойств и графиков функций при решении неравенств; метод интервалов; изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем)

3 Функции

3.1 Определение и график функции (функция, область определения функции; множество значений функции; график функции, примеры функциональных зависимостей

в реальных процессах и явлениях; обратная функция и график обратной функции; преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат)

3.2 Элементарное исследование функций (монотонность функции, промежутки возрастания и убывания; чётность и нечётность функции; периодичность функции; ограниченность функции; точки экстремума (локального максимума и минимума) функции; наибольшее и наименьшее значения функции)

3.3 Основные элементарные функции (линейная функция, её график; функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график; квадратичная функция, её график; степенная функция с натуральным показателем, её график; тригонометрические функции, их графики; показательная функция, её график; логарифмическая функция, её график)

4 Начала математического анализа

4.1 Производная (понятие о производной функции, геометрический смысл производной; физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком; уравнение касательной к графику функции; производные суммы, разности, произведения, частного; производные основных элементарных функций; вторая производная и её физический смысл)

4.2 Исследование функций (применение производной к исследованию функций и построению графиков; примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально - экономических, задачах)

4.3 Первообразная и интеграл (первообразные элементарных функций; примеры применения интеграла в физике и геометрии)

5 Геометрия

5.1 Планиметрия (треугольник, параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция, окружность и круг; окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника; многоугольник и сумма углов выпуклого многоугольника; правильные многоугольники; вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника)

5.2 Прямые и плоскости в пространстве (пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых; параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства; параллельность плоскостей, признаки и свойства; перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах; перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства; параллельное проектирование и изображение пространственных фигур)

5.3 Многогранники (призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма; параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде; пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида; сечения куба, призмы, пирамиды; представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

5.4 Тела и поверхности вращения (цилиндр, основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка; конус, основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка; шар и сфера, их сечения)

5.5 Измерение геометрических величин (величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности; угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; длина отрезка, ломаной, окружности; периметр многоугольника; расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми; расстояние между параллельными плоскостями; площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора; площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы; объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара)

5.6 Координаты и векторы (координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве; формула расстояния между двумя точками, уравнение сферы; вектор, модуль вектора, равенство векторов, сложение векторов и умножение вектора на число; коллинеарные векторы и разложение вектора по двум неколлинеарным векторам; компланарные векторы и разложение по трём некомпланарным векторам; координаты вектора, скалярное произведение векторов, угол между векторами)

6 Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

6.1 Элементы комбинаторики (поочерёдный и одновременный выбор; формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона)

6.2 Элементы статистики (табличное и графическое представление данных; числовые характеристики рядов данных)

6.3 Элементы теории вероятностей (вероятности событий; примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач)

II Требования к уровню подготовки абитуриентов, освоение которых проверяется на экзамене

Базовая часть

1 Уметь выполнять преобразования и вычисления

1.1 Сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира.

1.2 Владение стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем.

2 Уметь решать уравнения и неравенства

2.1 Владение стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем.

3 Уметь выполнять действия с функциями

3.1 Сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления.

3.2 Сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа.

4 Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

4.1 Сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира.

4.2 Сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления.

4.3 Сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления.

4.4 Сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа.

5 Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

5.1 Владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

5.2 Владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;

5.3 Сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием

6 Уметь строить и исследовать простейшие математические модели

6.1 Сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; – владение стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем.

6.2 Сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления.

6.3 Владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах.

6.4 Сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

6.5 Сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления.

6.6 Владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

6.7 Сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления.

6.8 Сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин.

Профильная часть

7 Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (углублённый уровень)

7.1 Сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач.

7.2 Сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат.

7.3 Сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей.

8 Уметь строить и исследовать простейшие математические модели (углублённый уровень)

8.1 Сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач.

8.2 Сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат.

8.3 Сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей.

8.4 Сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений.

8.5 Сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач.

8.6 Сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат.

8.7 Сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений.

8.8 Сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат.

8.9 Сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат.

8.10 Владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул

комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

III Структура КИМ по математике

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий:

– часть 1 содержит 10 заданий (задания 1–10) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;

– часть 2 содержит 5 заданий (задания 11–15) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

IV Список рекомендованной литературы для подготовки к вступительному испытанию по математике

1. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Базовый уровень (в двух частях). Ч. 1: учебник / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. - Москва: Издательство «Просвещение» 2019. - 256 с. - ISBN 978-5-9963-4657-8.

2. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Базовый уровень (в двух частях). Ч. 2: учебник / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. - Москва: Издательство «Просвещение», 2019. - 192 с. - ISBN 978-5-9963-4658-5.

3. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Базовый уровень (в двух частях). Ч. 1: учебник / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. - Москва: Издательство «Просвещение», 2021. - 224 с. - ISBN 978-5-09-085501-3.

4. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Базовый уровень (в двух частях). Ч. 2: учебник / А.Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. - Москва: Издательство «Просвещение», 2019. - 192 с. - ISBN 978-5-9963-4661-5.

5. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы (базовый и углубленный уровень): учебник / Л. С. Атанасян, Л. С. Киселева, Э. Г. Позняк [и др.]. - 7-е изд., переработанное и дополненное - Москва: Просвещение, 2019. - 288 с. - ISBN 978-5-09-071730-4.

6. ЕГЭ - 2023. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов ФИПИ/ под ред. И. В. Яценко. - Москва: издательство «Национальное образование»; 2023 г. - 256 с. - ISBN 978-5-4454-1651-7.

7. ЕГЭ - 2023 Математика. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по новой демоверсии 2023 / под ред. Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. – Ростов-на-Дону: издательство «Легион»; 2023 г. - 368 с. - ISBN 978-5-9966-1597-1.

V Перечень Интернет-ресурсов для подготовки к вступительному испытанию:

<http://www.fipi.ru/>, <http://ege.edu.ru>, <http://alexlarin.net/>, <http://www.alleng.ru/>,
<http://interneturok.ru/>, <http://ege-ok.ru/>, <http://webmath.exponenta.ru/ege.html>

VI Пример варианта КИМ

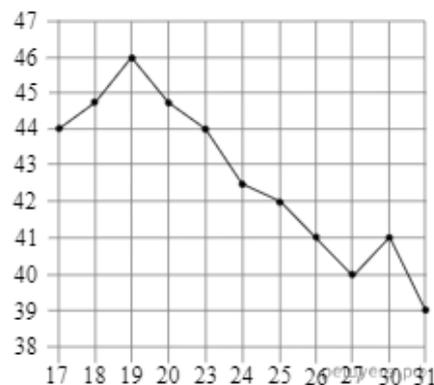
Внимательно прочитайте каждое задание и отвечайте только после того, как вы поняли вопрос. Выполняйте задания в том порядке, в котором они даны. Если какое-то задание вызывает у вас затруднение, пропустите его и постарайтесь выполнить те, в ответах на которые вы уверены. К пропущенным заданиям вы сможете вернуться, если у вас останется время. За выполнение различных по сложности заданий даётся от одного до четырех баллов. Баллы, полученные за выполненные задания, суммируются. Ответом к заданиям Части 1 является целое число или конечная десятичная дробь.

Задания Части 2 (11-15) требуют полного ответа (дать объяснение, описание или обоснование; высказать и аргументировать собственное мнение). При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные за выполнение заданий, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Часть I

1. В магазине проходит рекламная акция: при покупке пяти шоколадок «Везение» – шестая в подарок. Стоимость одной шоколадки 24 рубля. Какое наибольшее количество шоколадок «Везение» может приобрести и получить по акции покупатель, который готов потратить на них не более 400 рублей? В ответе укажите общее количество шоколадок.

2. На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 17 по 31 августа 2004 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену нефти на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за баррель).

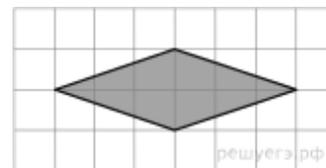


3. Найдите значение выражения: $\frac{24 \sin 38^\circ \cdot \cos 38^\circ}{\sin 76^\circ}$.

4. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{13-5x} = 128$.

5. Найдите значение выражения $\log_6 99 - \log_6 2,75$.

6. Найдите площадь ромба, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{см} \times 1\text{см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

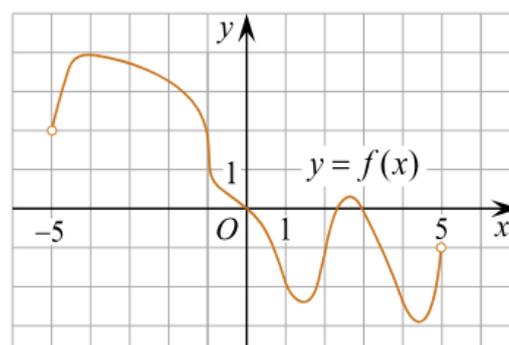


7. Площадь поверхности куба равна 18. Найдите его диагональ.

8. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы две решки.

9. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

10. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-5;5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y=6$ или совпадает с ней.



Часть II

11. а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 0,75$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

12. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AA_1 = 4$, $BC = 6$, $C_1 D_1 = 8$, найдите тангенс угла между плоскостью ADD_1 и прямой EF , проходящей через середины ребер AB и $B_1 C_1$.

13. Решите неравенство: $9^{x+\frac{1}{2}} - 28 \cdot 3^x + 9 \leq 0$.

14. Цементный завод производит X тонн цемента в день. По договору он должен ежедневно поставлять строительной фирме не менее 20 тонн цемента. Производственные мощности завода таковы, что выпуск не может превышать 90 тонн в день. При каком

объёме производства удельные затраты производства будут наибольшими? Функция суммарных затрат имеет вид: $K(x) = -x^3 + 98x^2 + 200x$.

15. В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. В каждой школе тест писали по крайней мере 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе № 1 уменьшиться в 10 раз?

б) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10 %, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10 %. Мог ли первоначальный средний балл в школе № 2 равняться 7?

в) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10 %, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10 %. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.

VII Критерии оценивания вступительного испытания

Задания 1 – 10 оцениваются по 6 баллов. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Решения заданий с развернутым ответом оцениваются от 0 до 10 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий 11 – 12 оценивается 7 баллами; каждого из заданий 13 и 14 – 8 баллами; задание 15 – 10 баллами. Проверка выполнения заданий 11 – 15 проводится членами предметной комиссии на основе разработанной системы критериев оценивания.

Задание	№1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Всего
Баллы	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	8	8	10	100