

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО Казанский ГАУ)

ПРОГРАММА

по общеобразовательному вступительному испытанию «**Математика**»,
проводимого ФГБОУ ВО Казанский ГАУ самостоятельно,
при приеме на обучение по программам бакалавриата
и программам специалитета

Казань 2024

I. Тематическое содержание дисциплины «Математика»

1. Алгебра

1.1. Числа, корни и степени (целые числа; степень с натуральным показателем; дроби, проценты, рациональные числа; степень с целым показателем; корень степени $n > 1$ и его свойства; степень с рациональным показателем и её свойства; свойства степени с действительным показателем)

1.2. Основы тригонометрии (синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла; радианная мера угла; синус, косинус, тангенс и котангенс числа; основные тригонометрические тождества; формулы приведения; синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов; синус и косинус двойного угла)

1.3. Логарифмы (логарифм числа; логарифм произведения, частного, степени; десятичный и натуральный логарифмы, число e)

1.4. Преобразования выражений (преобразования выражений, включающих арифметические операции; преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень; преобразования выражений, включающих корни натуральной степени; преобразования тригонометрических выражений; преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования; модуль (абсолютная величина) числа)

2. Уравнения и неравенства

2.1. Уравнения (квадратные, рациональные, иррациональные, тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения; равносильность уравнений, систем уравнений; простейшие системы уравнений с двумя неизвестными; основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных; использование свойств и графиков функций при решении уравнений; изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем; применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики: интерпретация результата, учёт реальных ограничений)

2.2. Неравенства (квадратные, рациональные, показательные и логарифмические неравенства; системы линейных неравенств; системы неравенств с одной переменной; равносильность неравенств, систем неравенств; использование свойств и графиков функций при решении неравенств; метод интервалов; изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем)

3. Функции

3.1. Определение и график функции (функция, область определения функции; множество значений функции; график функции, примеры функциональных зависимостей

в реальных процессах и явлениях; обратная функция и график обратной функции; преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат)

3.2. Элементарное исследование функций (монотонность функции, промежутки возрастания и убывания; чётность и нечётность функции; периодичность функции; ограниченность функции; точки экстремума (локального максимума и минимума) функции; наибольшее и наименьшее значения функции)

3.3. Основные элементарные функции (линейная функция, её график; функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график; квадратичная функция, её график; степенная функция с натуральным показателем, её график; тригонометрические функции, их графики; показательная функция, её график; логарифмическая функция, её график)

4. Начала математического анализа

4.1. Производная (понятие о производной функции, геометрический смысл производной; физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком; уравнение касательной к графику функции; производные суммы, разности, произведения, частного; производные основных элементарных функций; вторая производная и её физический смысл)

4.2. Исследование функций (применение производной к исследованию функций и построению графиков; примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально - экономических, задачах)

4.3. Первообразная и интеграл (первообразные элементарных функций; примеры применения интеграла в физике и геометрии)

5. Геометрия

5.1. Планиметрия (треугольник, параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция, окружность и круг; окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника; многоугольник и сумма углов выпуклого многоугольника; правильные многоугольники; вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника)

5.2. Прямые и плоскости в пространстве (пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых; параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства; параллельность плоскостей, признаки и свойства; перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах; перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства; параллельное проектирование и изображение пространственных фигур)

5.3. Многогранники (призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма; параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде; пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида; сечения куба, призмы, пирамиды; представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

5.4. Тела и поверхности вращения (цилиндр, основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка; конус, основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка; шар и сфера, их сечения)

5.5. Измерение геометрических величин (величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности; угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; длина отрезка, ломаной, окружности; периметр многоугольника; расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми; расстояние между параллельными плоскостями; площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора; площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы; объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара)

5.6. Координаты и векторы (координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве; формула расстояния между двумя точками, уравнение сферы; вектор, модуль вектора, равенство векторов, сложение векторов и умножение вектора на число; коллинеарные векторы и разложение вектора по двум неколлинеарным векторам; компланарные векторы и разложение по трём некомпланарным векторам; координаты вектора, скалярное произведение векторов, угол между векторами)

6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

6.1. Элементы комбинаторики (поочерёдный и одновременный выбор; формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона)

6.2. Элементы статистики (табличное и графическое представление данных; числовые характеристики рядов данных)

6.3. Элементы теории вероятностей (вероятности событий; примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач)

II. Требования к уровню подготовки выпускников, освоение которых проверяется на экзамене по математике

1. Уметь выполнять преобразования и вычисления

1.1. Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма

1.2. Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования

1.3. Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции

2. Уметь решать уравнения и неравенства

2.1. Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы

2.2. Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод

2.3. Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы

3. Уметь выполнять действия с функциями

3.1. Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций

3.2. Вычислять производные и первообразные элементарных функций

3.3. Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции

4. Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

4.1. Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)

4.2. Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы

4.3. Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами

5. Уметь строить и исследовать простейшие математические модели

5.1. Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры

5.2. Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин

5.3. Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения

5.4. Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий

6. Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

6.1. Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах

6.2. Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках

6.3. Решать прикладные задачи, в том числе социальноэкономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения

III. Структура КИМ по математике

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий:

– часть 1 содержит 10 заданий (задания 1–10) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;

– часть 2 содержит 5 заданий (задания 11–15) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задания части 1 направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

Посредством заданий части 2 осуществляется проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне.

По уровню сложности задания распределяются следующим образом: задания 1–10 имеют базовый уровень; задания 11–13 – повышенный уровень; задания 14 и 15 относятся к высокому уровню сложности.

Задания части 1 предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных организаций, реализующих программы среднего (полного) общего образования на базовом уровне.

Задание с кратким ответом (1–10) считается выполненным, если в бланке ответов № 1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Задания 11–15 с развернутым ответом, в числе которых 3 задания повышенного и 2 задания высокого уровней сложности, предназначены для более точной дифференциации абитуриентов вузов. При выполнении заданий с развернутым ответом части 2 экзаменационной работы в бланке ответов № 2 должны быть записаны полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи.

IV. Список рекомендованной литературы для подготовки к вступительному испытанию по математике

1. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Базовый уровень (в двух частях). Ч. 1: учебник / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. - Москва: Издательство «Просвещение» 2019. - 256 с. - ISBN 978-5-9963-4657-8.

2. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Базовый уровень (в двух частях). Ч. 2: учебник / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. - Москва: Издательство «Просвещение», 2019. - 192 с. - ISBN 978-5-9963-4658-5.

3. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Базовый уровень (в двух частях). Ч. 1: учебник / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. - Москва: Издательство «Просвещение», 2021. - 224 с. - ISBN 978-5-09-085501-3.

4. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Базовый уровень (в двух частях). Ч. 2: учебник / А.Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. - Москва: Издательство «Просвещение», 2019. - 192 с. - ISBN 978-5-9963-4661-5.

5. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы (базовый и углубленный уровень): учебник / Л. С. Атанасян, Л. С. Киселева, Э. Г. Позняк [и др.]. - 7-е изд., переработанное и дополненное - Москва: Просвещение, 2019. - 288 с. - ISBN 978-5-09-071730-4.

6. ЕГЭ - 2023. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов ФИПИ/ под ред. И. В. Яценко. - Москва: издательство «Национальное образование»; 2023 г. - 256 с. - ISBN 978-5-4454-1651-7.

7. ЕГЭ - 2023 Математика. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по новой демоверсии 2023 / под ред. Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. – Ростов-на-Дону: издательство «Легион»; 2023 г. - 368 с. - ISBN 978-5-9966-1597-1.

V. Перечень Интернет-ресурсов для подготовки к вступительному испытанию по математике

<http://www.fipi.ru/>

<http://ege.edu.ru>

<http://alexlarin.net/>

<http://www.alleng.ru/>

<http://interneturok.ru/>

<http://ege-ok.ru/>

<http://webmath.exponenta.ru/ege.html>

VI. Пример варианта КИМ

Инструкция по выполнению КИМ

Внимательно прочитайте каждое задание и отвечайте только после того, как вы поняли вопрос. Выполняйте задания в том порядке, в котором они даны. Если какое-то задание вызывает у вас затруднение, пропустите его и постарайтесь выполнить те, в ответах на которые вы уверены. К пропущенным заданиям вы сможете вернуться, если у вас останется время. За выполнение различных по сложности заданий даётся от одного до четырех баллов. Баллы, полученные за выполненные задания, суммируются. Ответом к заданиям Части 1 является целое число или конечная десятичная дробь.

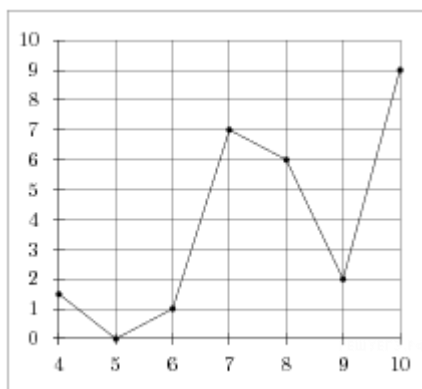
Задания Части 2 (11-15) требуют полного ответа (дать объяснение, описание или обоснование; высказать и аргументировать собственное мнение). При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные за выполнение заданий, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

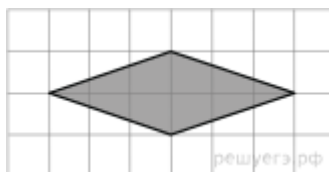
Часть 1

1. В университетскую библиотеку привезли новые учебники для двух курсов, по 130 штук для каждого курса. В книжном шкафу 8 полок, на каждой полке помещается 20 учебников. Какое наименьшее количество шкафов потребуется, чтобы в них разместить все новые учебники?

2. На рисунке изображен график осадков в Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 2 до 8 мм осадков.



3. Найдите площадь ромба, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



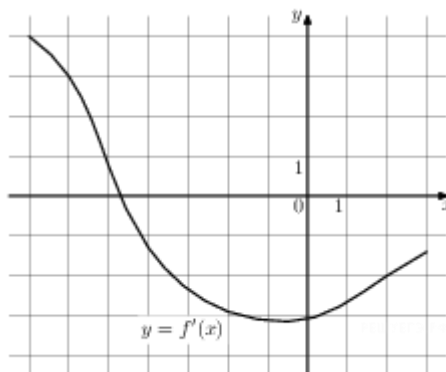
4. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 40 докладов — в первый день 16 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{13-5x} = 128$.

6. Найдите значение выражения

$$\log_6 99 - \log_6 2,75.$$

7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 3x + 1$ или совпадает с ней.



8. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 20%, если температура холодильника $T_2 = 336\text{K}$? Ответ выразите в градусах Кельвина.

9. Моторная лодка прошла против течения реки 60 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 8 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

10. Найдите точку минимума функции $y = 5^{x^2 + 20x + 104}$.

Часть 2

11. а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 0,75$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

12. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AA_1 = 4$, $BC = 6$, $C_1 D_1 = 8$, найдите тангенс угла между плоскостью ADD_1 и прямой EF , проходящей через середины ребер AB и $B_1 C_1$.

13. Решите неравенство: $9^{x + \frac{1}{2}} - 28 \cdot 3^x + 9 \leq 0$.

14. Клиент А. сделал вклад в банке в размере 1200 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Ещё ровно через год клиенты А.

и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 63 рубля больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

15. В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. В каждой школе тест писали по крайней мере 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе № 1 уменьшиться в 10 раз?

б) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10 %, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10 %. Мог ли первоначальный средний балл в школе № 2 равняться 7?

в) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10 %, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10 %. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.

VII. Критерии оценивания вступительного испытания по математике

Задания 1 – 10 оцениваются по 6 баллов. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Решения заданий с развернутым ответом оцениваются от 0 до 10 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий 11 – 12 оценивается 7 баллами; каждого из заданий 13 и 14 – 8 баллами; задание 15 – 10 баллами.

Проверка выполнения заданий 11 – 15 проводится членами предметной комиссии на основе разработанной системы критериев оценивания.

Задание	№1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Всего
Баллы	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	8	8	10	100